

**MSE-101(b)**  
**Propriétés Electriques**

**Roland Logé**

**Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne**



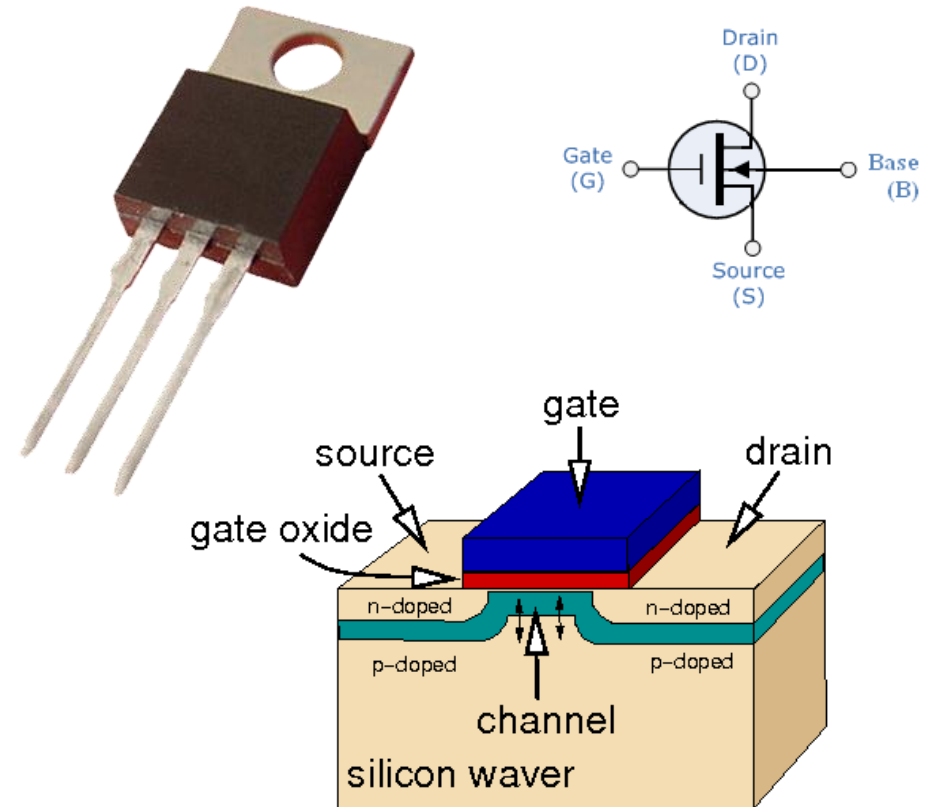
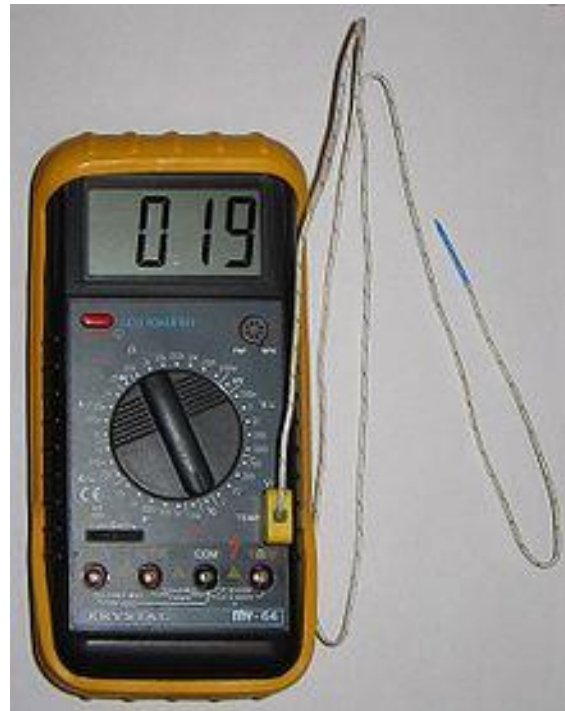
# Table des matières

---

- Introduction
- Niveaux électroniques dans un solide
- Conductivité électrique des métaux
- Conductivité des semiconducteurs
- Potentiel disruptif des isolants
- Propriétés diélectriques
- Ferroélectriques

# Introduction

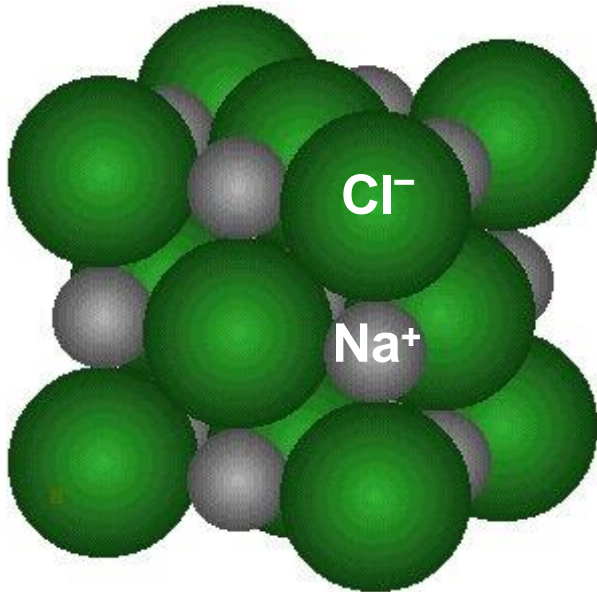
De plus en plus de matériaux sont utilisés pour leurs **propriétés fonctionnelles**, notamment électriques, tout en devant posséder certaines caractéristiques mécaniques.



Metal-Oxide Field-Effect Transistor (MOSFET)

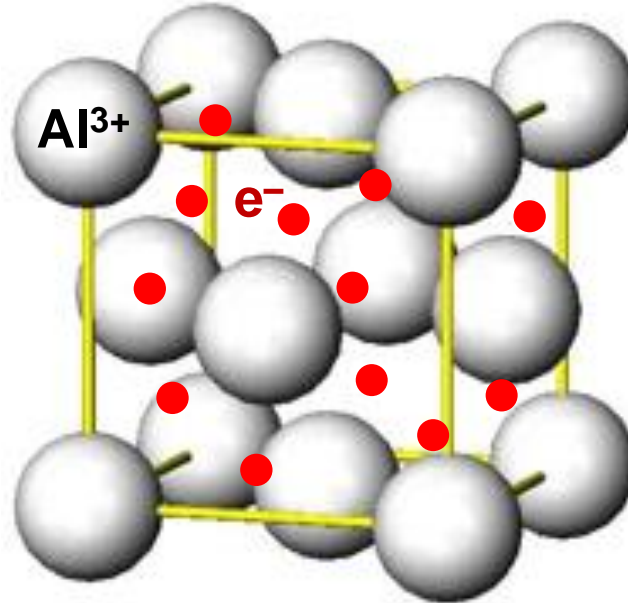
# Introduction

On distingue **3 types de liaisons fortes** entre atomes, qui interviennent dans la structuration des solides:



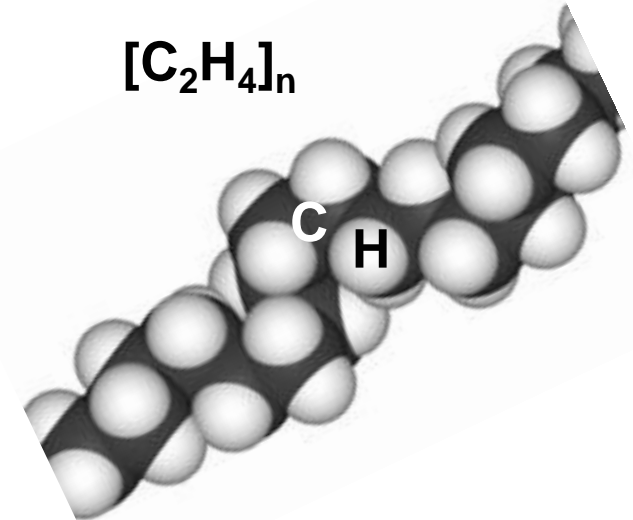
## Liaison ionique

e- transférés d'un atome à un autre, donc localisés, conductivité électrique **nulle ou très faible**



## Liaison métallique

e- mis en commun par l'ensemble des atomes, pouvant se déplacer dans un réseau d'ions +. **Bonne conductivité électrique**

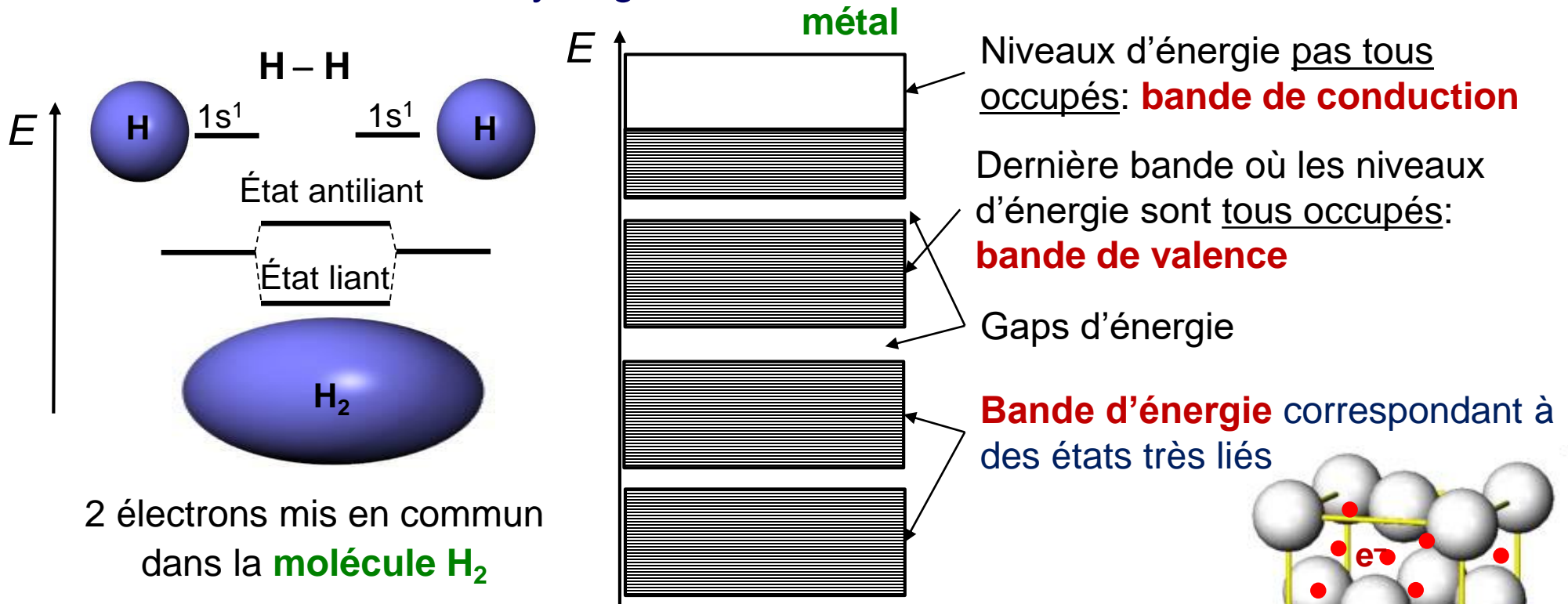


## Liaison covalente

e- partagés entre atomes voisins, donc localisés, produisant une **mauvaise** conductivité électrique

# Niveaux électroniques dans un solide

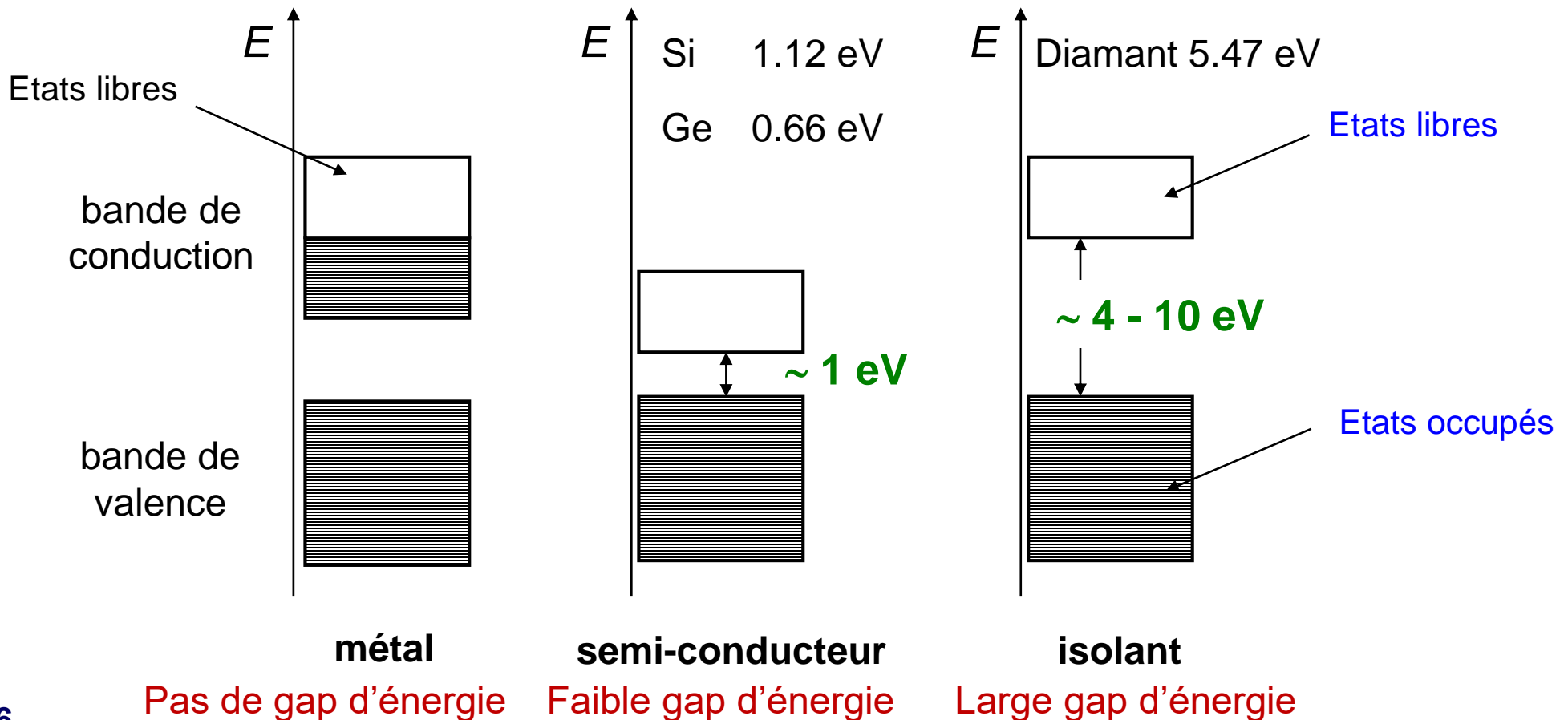
Comme seuls les électrons des couches externes des atomes participent aux liaisons, on peut généraliser à un grand nombre d'atomes ce que l'on sait pour la liaison de 2 atomes d'hydrogène :



Un grand nombre d'atomes dans un solide (ici **un métal**): **les  $e^-$  occupent** des niveaux d'énergie très denses, quasi continus, dans **des bandes d'énergie**, séparées par des **gaps**

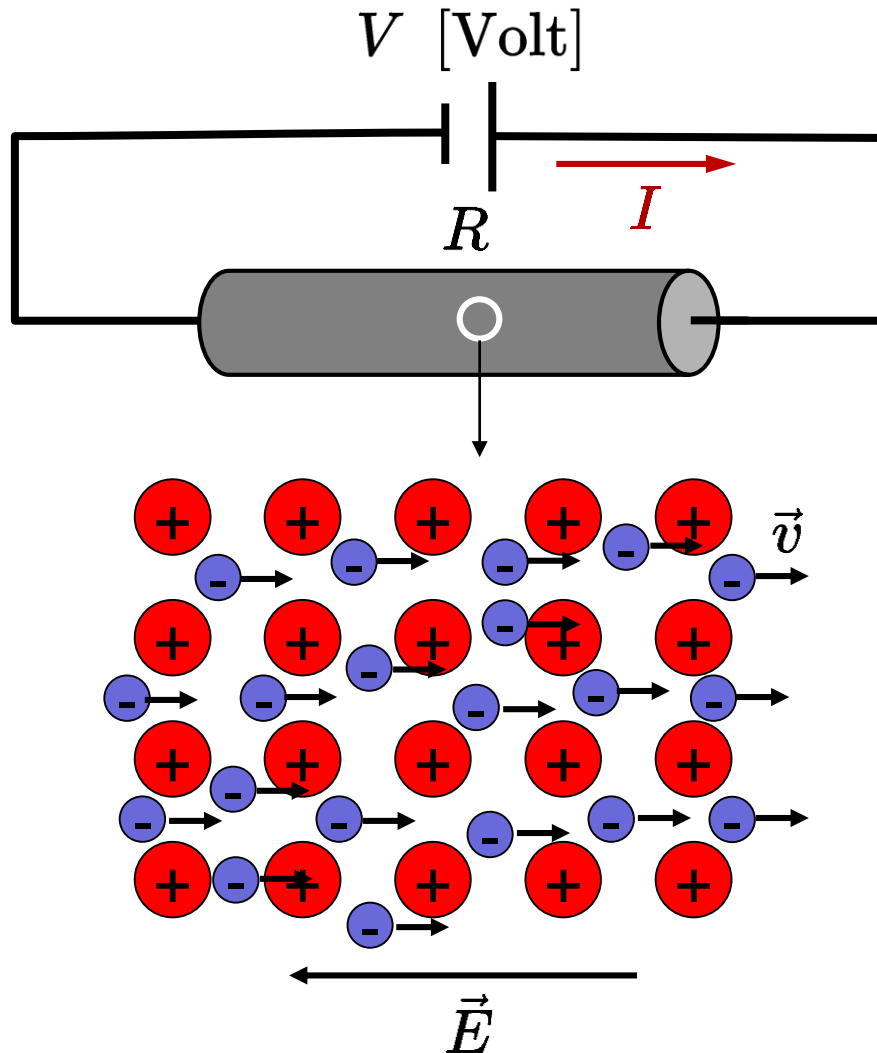
# Niveaux électroniques dans un solide

L'origine des bandes pour un solide cristallin s'explique en considérant un  $e^-$  dans un faible potentiel périodique (attractif dû aux ions), non pas en tant que particule mais en tant qu'onde  $\psi(\lambda)$  (mécanique quantique) de longueur d'onde  $\lambda$ . Le **gap d'énergie** entre les **états occupés** de plus basse énergie et les **états libres** de plus haute énergie détermine en grande partie la nature des propriétés électriques d'un matériau.



# Conductivité électrique des métaux

Les **métaux conduisent l'électricité**, i.e., il y a déplacement des électrons libres (de conduction) sous l'action d'un champ électrique.



Champ électrique (1-D) :

$$E = -\frac{dV}{dx} \quad [\text{V/m}]$$

Force électrique exercée sur une charge  $q$  ( $-e$  pour un électron) :

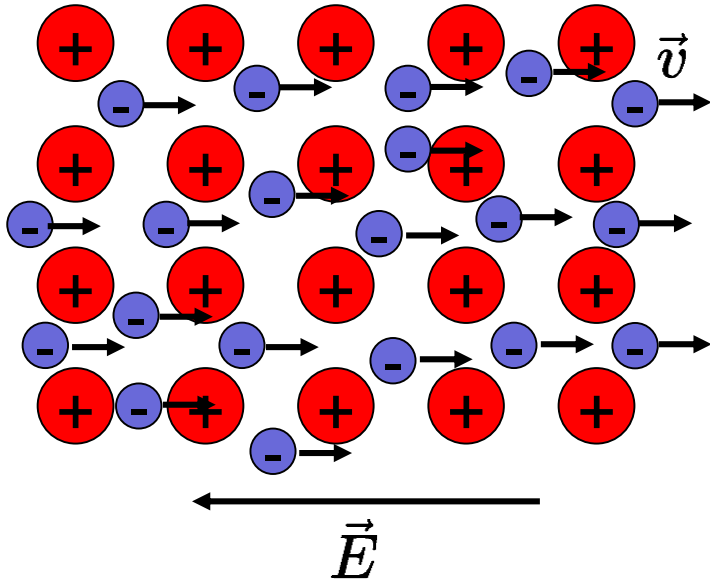
$$\vec{F} = q\vec{E} = -e\vec{E}$$
$$[\text{AsV/m} = \text{J/m} = \text{N}]$$

Loi d'Ohm, reliant le courant et la différence de potentiel :

$$V = R I$$

# Conductivité électrique des métaux

Le **modèle de Drude** pour la conductivité électrique des métaux consiste à faire un bilan de forces sur les électrons.



Les électrons sont soumis à la force électrique et à une **force de "frottement"** ou de **friction** résultant de leur interaction avec les ions + :

$$m_e \frac{d\vec{v}}{dt} = -e\vec{E} - \frac{m_e}{\tau} \vec{v}$$

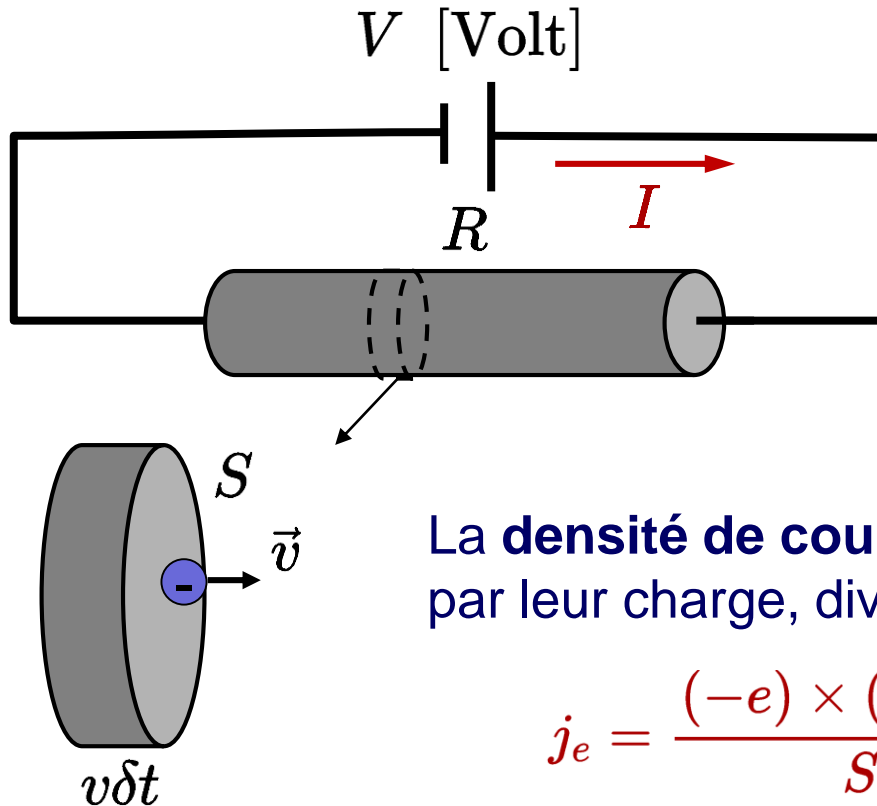
$\tau$  est le temps moyen entre deux « collisions » subies par un électron.

En régime stationnaire (la vitesse « moyenne » des e- est indépendante du temps), on obtient une loi simple qui définit la **mobilité des électrons** :

$$\vec{v} = -\mu_e \vec{E} \quad \text{avec} \quad \mu_e = \frac{e\tau}{m_e} \quad [\text{cm}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}]$$



# Conductivité électrique des métaux



Densité d'électrons libres dans la résistance par unité de volume :  $n_e$

Le nombre d'électrons passant la surface  $S$  pendant un temps  $\delta t$  est donc égal à :

$$n_e S(v\delta t)$$

La **densité de courant**  $j_e$  est ce nombre d'électrons, multiplié par leur charge, divisé par unité de surface et unité de temps :

$$j_e = \frac{(-e) \times (n_e S v \delta t)}{S \delta t} = -en_e v \quad [\text{As m}^{-3} \text{m/s} = \text{A/m}^2]$$

En remplaçant la vitesse des électrons, on obtient sous forme vectorielle :

$$\vec{j}_e = -en_e \vec{v} = en_e \mu_e \vec{E} = \sigma_e \vec{E}$$

avec la conductivité

électrique définie comme:

$$\sigma_e = en_e \mu_e = \frac{n_e e^2 \tau}{m_e} \quad [\text{A/Vm}]$$

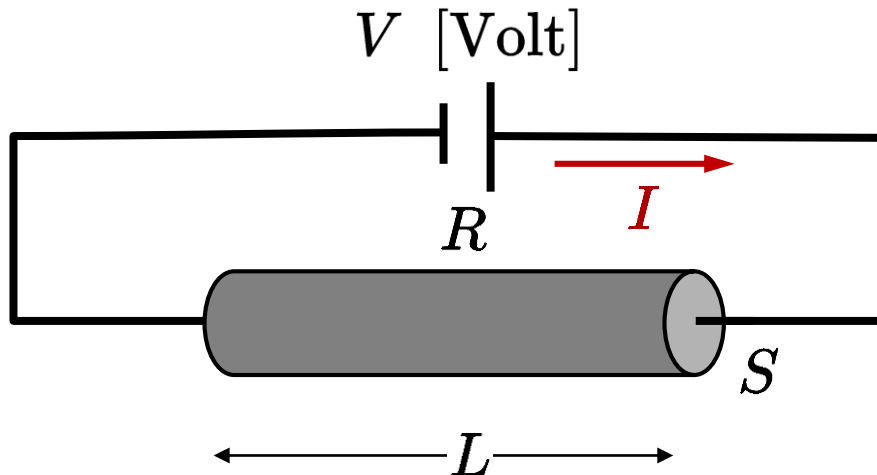
# Conductivité électrique des métaux

On a donc réussi à exprimer la **conductivité électrique**  $\sigma_e$  en termes de densité d'électrons libres,  $n_e$ , et d'un temps moyen de collision  $\tau$ . La **résistivité électrique**  $\rho_e$  est simplement l'inverse:

$$\rho_e = \frac{1}{\sigma_e} = \frac{m_e}{e^2 n_e \tau}$$

$$\left[ \frac{\text{kg}}{(\text{As})^2 \text{ m}^{-3} \text{ s}} = \frac{\text{kgm}^2/\text{s}^2}{\text{A}^2} \text{ m/s} = \frac{\text{V}}{\text{A}} \text{ m} = \Omega \text{ m} \right]$$

Pour rappel :  $1 \text{ Joule} = 1 \text{ kgm}^2/\text{s}^2 = 1 \text{ VAs}$   $1 \text{ Ohm} = 1 \Omega = 1 \frac{\text{V}}{\text{A}}$



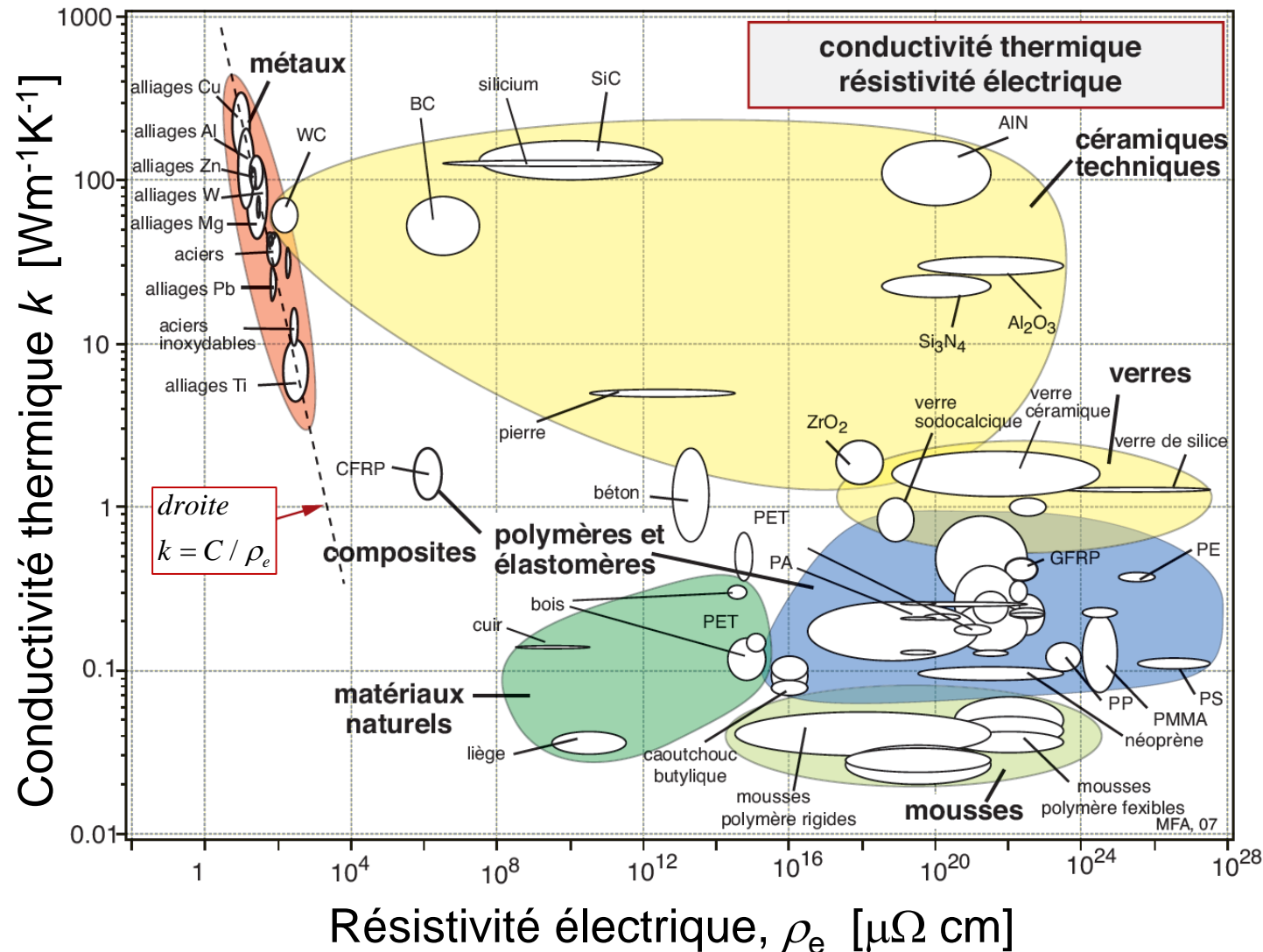
On relie la résistance électrique à la résistivité en écrivant :

$$V = E L = (\rho_e j_e) L = R I = R (j_e S)$$

$$R = \rho_e \frac{L}{S} [\Omega]$$

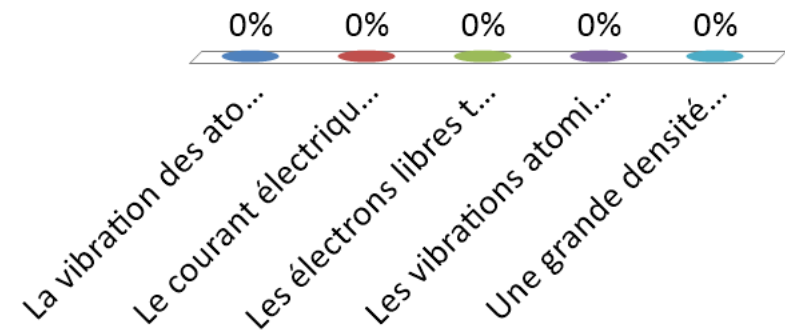
# Conductivité électrique des métaux

Le modèle de Drude donne le bon ordre de grandeur pour la résistivité électrique des métaux. Remarquez l'échelle de  $\rho_e$  !



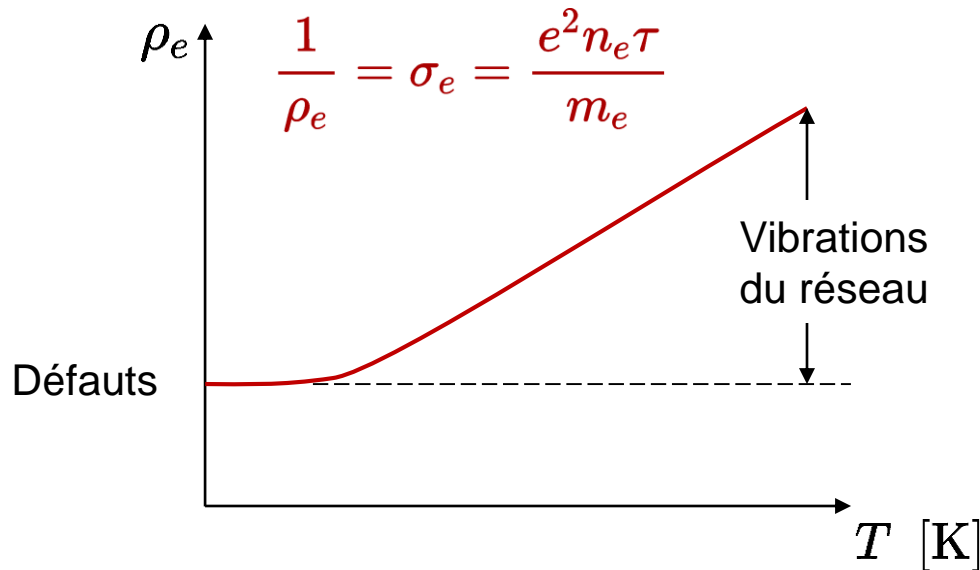
# Pourquoi les conductivités thermique et électrique sont-elles corrélées uniquement pour les bons conducteurs électriques ?

- A. La vibration des atomes transporte le courant électrique
- B. Le courant électrique dissipe de la chaleur
- C. Les électrons libres transportent de la chaleur
- D. Les vibrations atomiques seules ne transportent pas de chaleur
- E. Une grande densité d'électrons libres transporte plus de chaleur que les vibrations atomiques



# Conductivité électrique des métaux

La résistivité électrique des métaux **augmente avec la température...** et avec la concentration de défauts et d'éléments d'alliage !



Cuivre pur

$$\rho_e = 1.7 \times 10^{-8} \Omega\text{m}$$

$$\frac{\Delta\rho_e}{\rho_e} = 3.9 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$$

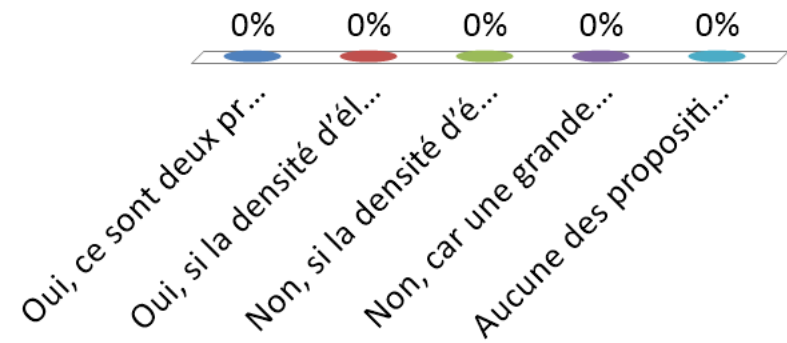
Laiton (Cu – Zn)

$$\rho_e = 7 \times 10^{-8} \Omega\text{m}$$

- La température fait vibrer le cristal, ce qui augmente les « collisions » entre les électrons et les ions du cristal (les modes vibratoires du cristal sont appelés « **phonons** »). D'où une augmentation de la résistivité électrique.
- Les **impuretés** peuvent ralentir les électrons et donc diminuer aussi la conductivité.
- La masse  $m_e$  est en fait une « masse effective » qui tient compte du **potentiel périodique**.

## Est-il possible d'allier bonne conductivité électrique et grande limite élastique ?

- A. Oui, ce sont deux propriétés indépendantes
- B. Oui, si la densité d'électrons libres est grande, la limite élastique est grande aussi
- C. Non, si la densité d'électrons libres est grande, la limite élastique est faible
- D. Non, car une grande limite élastique requiert des défauts cristallins
- E. Aucune des propositions précédentes



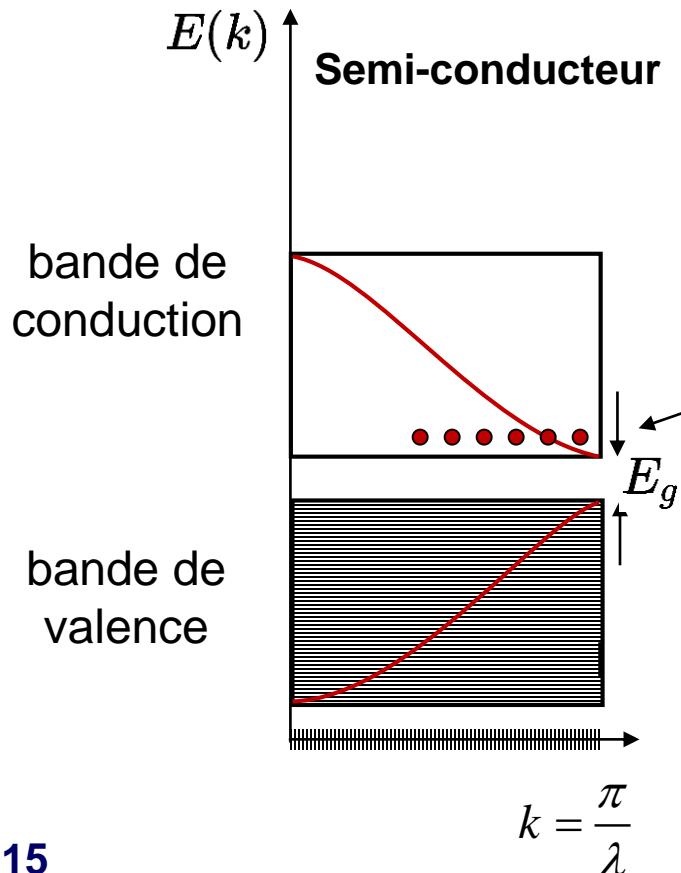
# Semi-conducteurs

A l'inverse des métaux, les semi-conducteurs ont une résistivité qui diminue quand la température augmente !

Le modèle de Drude s'applique aussi pour les électrons de la bande de conduction. Mais encore faut-il qu'il y en ait !

A  $T = 0$  K: la bande de conduction est vide

A  $T \neq 0$  K: le nombre d'électrons dans la bande de conduction, pouvant donc participer à la conductivité électrique, est un processus thermiquement activé:



$$n_e \propto \exp\left(\frac{-E_a}{k_B T}\right) \quad \text{avec} \quad E_a \approx \frac{E_g}{2}$$

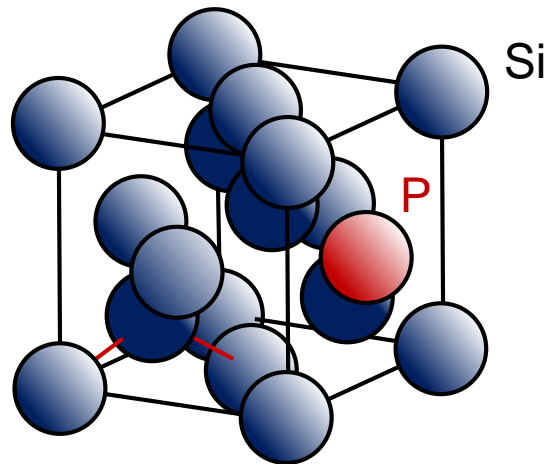
$$\frac{1}{\rho_e} = \sigma_e = \frac{e^2 n_e \tau}{m_e}$$

$$k_B = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1} = \frac{\mathcal{R}}{N_A}$$

# Semi-conducteurs: dopage

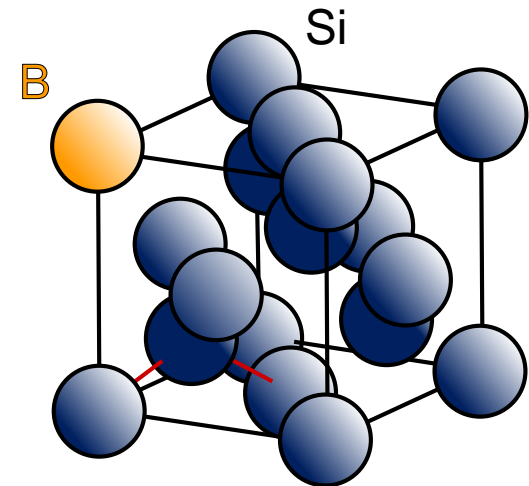
Le **dopage** des semiconducteurs permet de moduler leurs propriétés électriques et notamment de changer leur conductivité électrique, mais pas leur gap d'énergie.

taux de dopage typique:  $10^{17} - 10^{19}$  atomes/cm<sup>3</sup>



dopé au phosphore (5+)  
**1 e<sup>-</sup> supplémentaire**

Silicium  
(structure diamant)



dopé au bore (3+)  
**1 e<sup>-</sup> déficitaire = 1 « trou »**

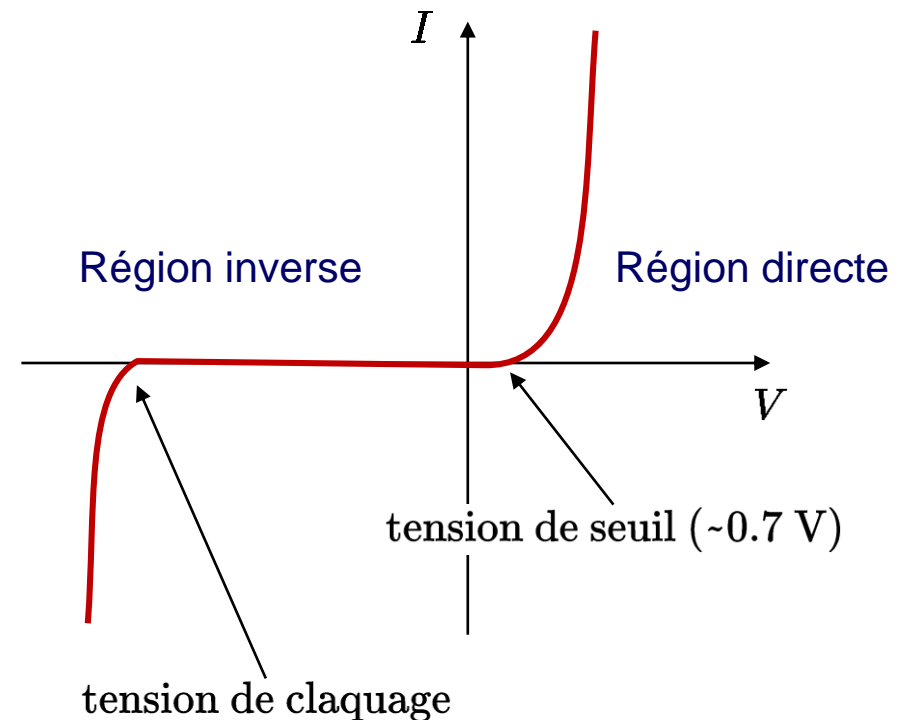
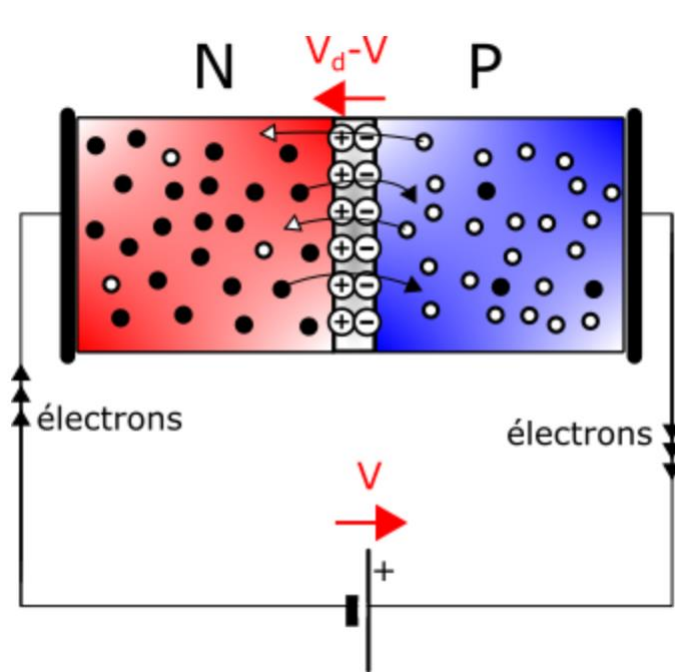
Presque un électron par P se trouve dans la **bande de conduction**, ou quasi libre.

- $n_e \approx 10^{10} - 10^{11}$  #e/cm<sup>3</sup> pour **Si pur**
- $n_e \approx 10^{17} - 10^{19}$  #e/cm<sup>3</sup> pour **Si dopé avec P**



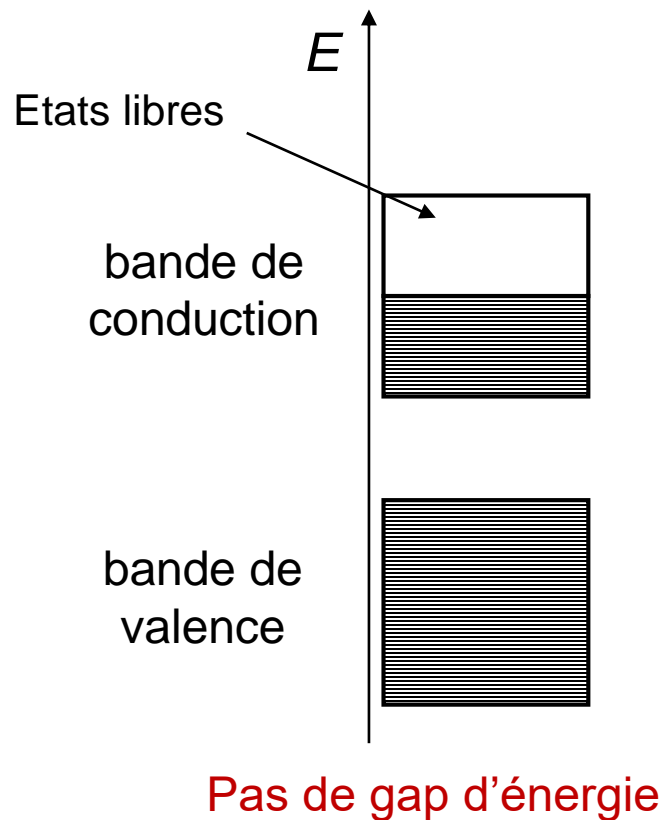
# Semi-conducteurs: dopage

En mettant une zone **dopée** avec du phosphore, donc **négativement (N)**, en contact avec une zone dopée avec du bore, donc **positivement (P)**, on crée **une diode**: elle ne laisse passer le courant (d'électrons) que dans un sens (à moins de dépasser une tension inverse 'de claquage' élevée).

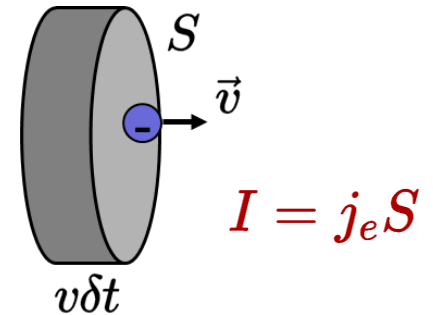
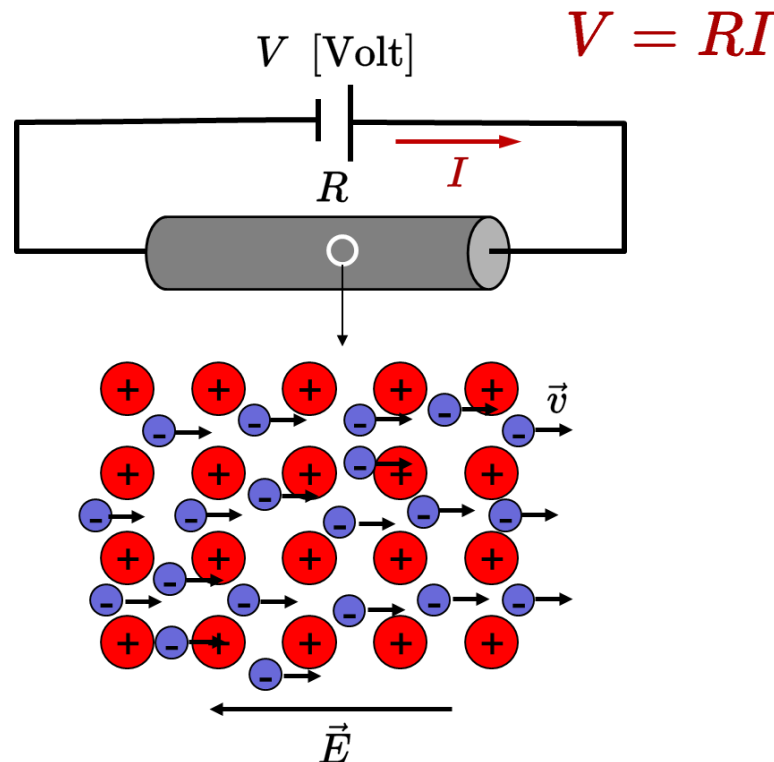


# Résumé

**Métaux** : il n'y a pas de gap d'énergie entre les derniers états (énergétiques) occupés par les électrons et les niveaux non-occupés.



Conducteur électrique



$$E = -\frac{dV}{dx} \quad [\text{V/m}]$$

$$R = \rho_e \frac{L}{S} \quad [\Omega]$$

$$\rho_e = \frac{1}{\sigma_e} = \frac{m_e}{e^2 n_e \tau}$$

Modèle de Drude

$$m_e \frac{d\vec{v}}{dt} = -e\vec{E} - \frac{m_e}{\tau} \vec{v}$$

# Résumé

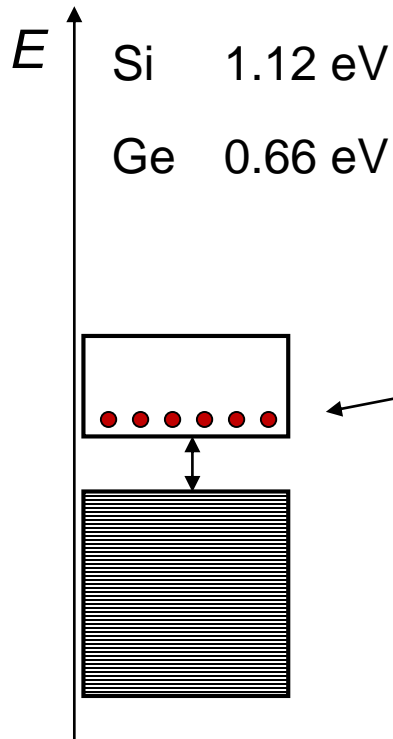
**Semi-conducteurs** : faible gap d'énergie ( $\sim \text{eV}$ ) entre les derniers états (énergétiques) occupés par les électrons et les niveaux non-occupés.

A  $T = 0 \text{ K}$ : la bande de conduction est vide

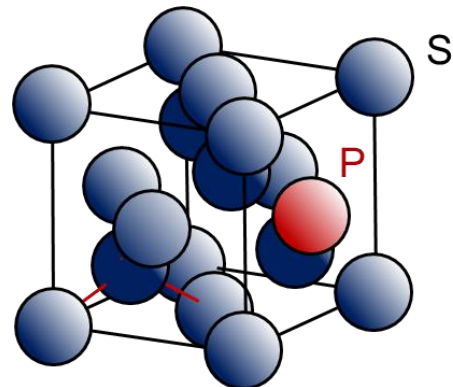
A  $T \neq 0 \text{ K}$ : le nombre d'électrons dans la bande de conduction, pouvant donc participer à la conductibilité électrique, est un processus **thermiquement activé**:

$$n_e \propto \exp\left(\frac{-E_a}{k_B T}\right) \quad \text{avec} \quad E_a \approx \frac{E_g}{2}$$

$$\frac{1}{\rho_e} = \sigma_e = \frac{e^2 n_e \tau}{m_e}$$



Faible gap d'énergie



Si Le **dopage** avec un élément pentavalent ( $\text{P}^{5+}$ ) permet d'augmenter le nombre d'électrons dans la bande de conduction du Si (tétravalent)

# Potentiel disruptif des isolants

Les matériaux non-conducteurs (la plupart des céramiques et des polymères) ont une très grande résistivité électrique. Mais au-delà d'un champ électrique, appelé **champ disruptif** ou **rigidité diélectrique**, ils peuvent s'ioniser et conduire l'électricité (**claquage**).



Air sec: 36'000 V/cm  
Air humide: 10'000 V/cm



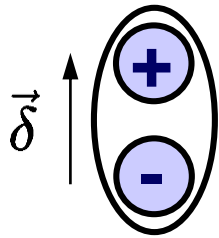
Isolateur

Matériau	$E_{\text{disr}}$ [MV/m]
Quartz	8
$\text{SrTiO}_3$	8
Néoprène	12
Nylon	14
Pyrex	14
Huile silic.	15
Papier	16
Polystyrène	24
Téflon	60

# Propriétés diélectriques

Avant d'aborder les **propriétés fonctionnelles** des matériaux, il convient de donner quelques définitions. La charge positive portée par le noyau et la charge négative des électrons sont en général compensées dans les matériaux.

Une matière, neutre électriquement, peut contenir des **dipôles électriques**, lorsque le centre des charges + et – ne coïncident pas:



**Dipôle électrique :**  $\vec{p} = q\vec{\delta}$  [As m] (vecteur)

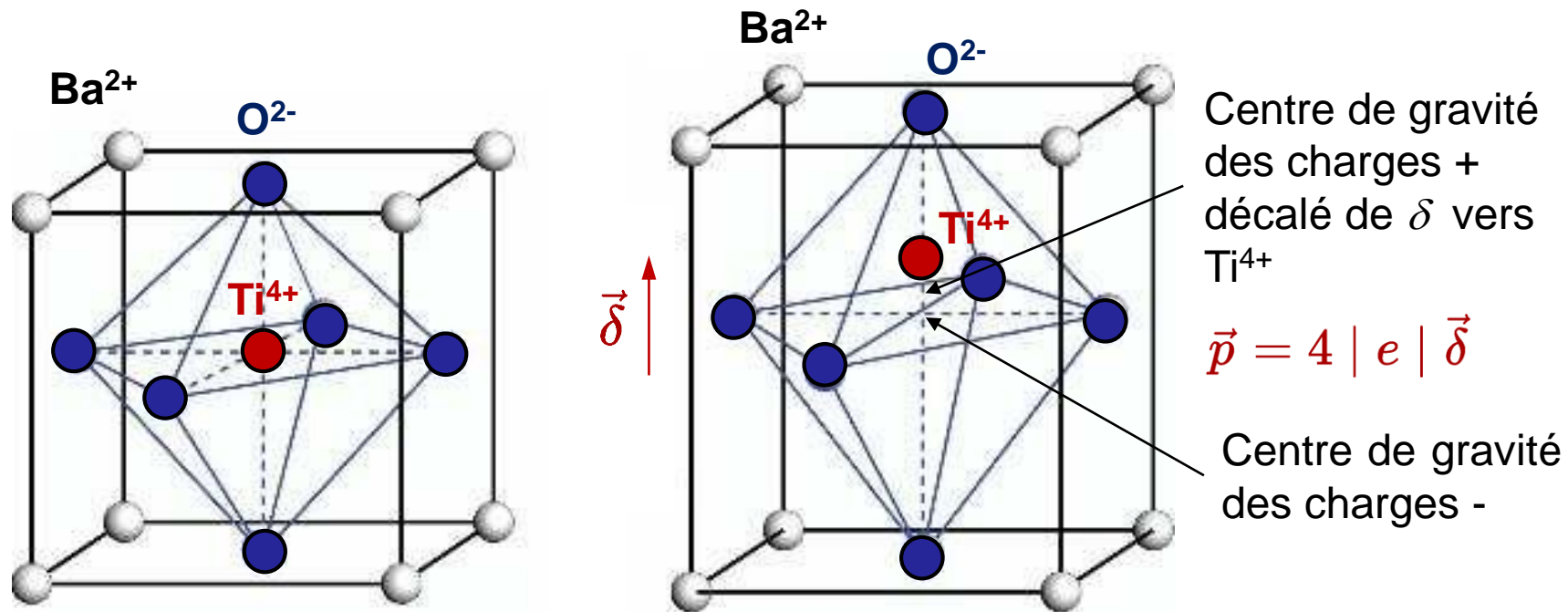
Pour un matériau contenant ainsi des charges + et – (en nombre égal s'il est non-chargé), on définit la **Polarisation**  $\vec{P}$  comme la densité de dipôles:

$$\vec{P} = \frac{1}{\text{Volume}} \sum_i \vec{p}_i \quad [\text{As m}^{-2}]$$

# Propriétés diélectriques

Un exemple pour illustrer la nature dipolaire que peut prendre la matière:

Le titanate de baryum  $\text{BaTiO}_3$

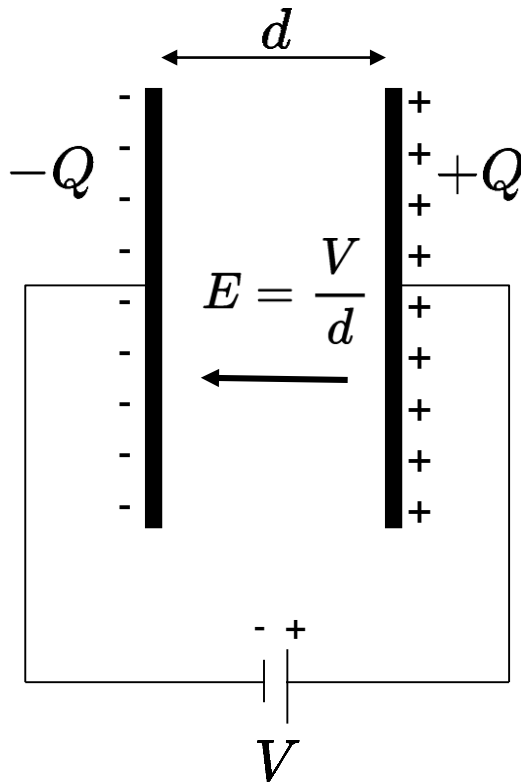


Au-dessus d'une température critique,  $T_c$ , l'ion  $\text{Ti}^{4+}$  est au centre de la maille cubique: **pas de dipôle résultant**

En-dessous de  $T_c$ , l'ion  $\text{Ti}^{4+}$  est décalé dans une maille légèrement distordue: **dipôle électrique résultant**

# Propriétés diélectriques

Avant d'aborder les propriétés diélectriques des isolants, il peut être utile de rappeler ce qu'est un **condensateur**. Constitué de 2 plaques métalliques, de surface  $S$ , espacées d'une distance  $d$ , le condensateur relié à une source de tension  $V$  peut **accumuler**, dans le vide, une **charge  $\pm Q$**  sur ses plaques:



$$Q = CV \quad \text{avec} \quad C = \epsilon_0 \frac{S}{d}$$

Capacité

**Permittivité diélectrique** du vide :

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{As(Vm)}^{-1}$$

Ces charges viennent des électrons libres du métal qui s'accumulent sur une plaque, et sont prises de l'autre.

# Propriétés diélectriques

A l'état stationnaire, il n'y a pas de courant qui passe à travers le condensateur. Mais **pendant qu'il se charge, un courant circule** dans le dispositif quand bien même l'espace entre les plaques ne contient rien !

$$V = RI(t) + V_C(t) = RI(t) + \frac{Q(t)}{C}$$

A l'instant  $t$ , la charge amenée sur les plaques vaut:

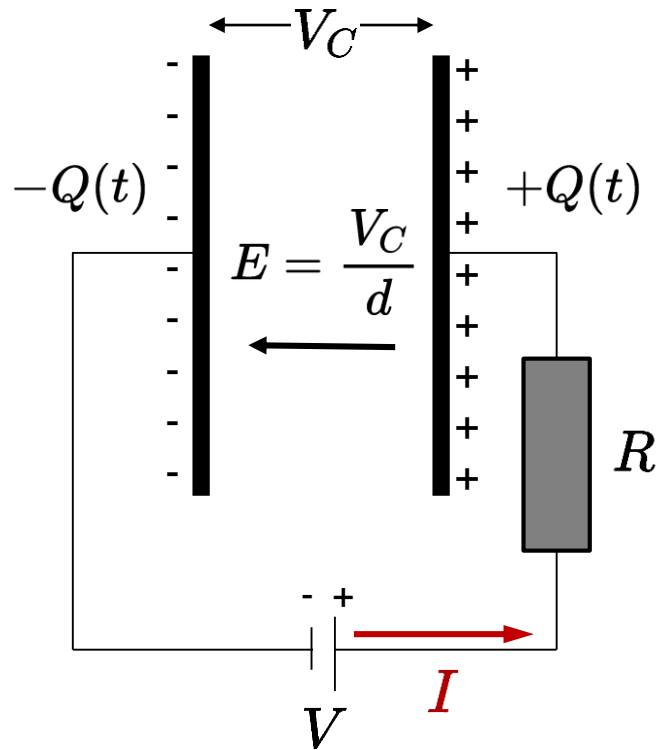
$$Q(t) = \int_0^t I(t') dt'$$

En dérivant par rapport à  $t$ , on obtient ( $V = \text{cte}$ ):

$$0 = R \frac{dI}{dt} + \frac{I(t)}{C}$$

Après intégration (en prenant les conditions initiales):

$$I(t) = \frac{V}{R} \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$$





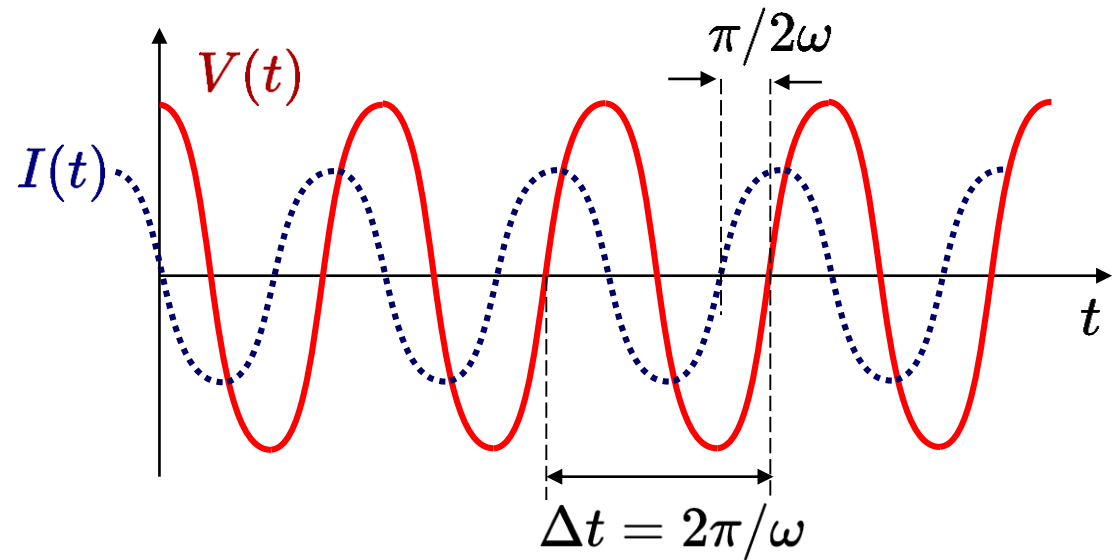
# Propriétés diélectriques

Lorsque l'on applique une tension sinusoïdale aux bornes d'une capacité vide (idéale), on a donc la relation:

$$Q(t) = \int_0^t I(t') dt' = CV(t) \quad \text{ou} \quad I = C \frac{dV}{dt}$$

$$\text{Si : } V = V_0 \cos(\omega t) \quad \Rightarrow \quad I = -CV_0\omega \sin(\omega t)$$

Le courant est précisément **déphasé de  $\pi/2$**  par rapport à la tension:



La **puissance dissipée** sur une période est **nulle** :

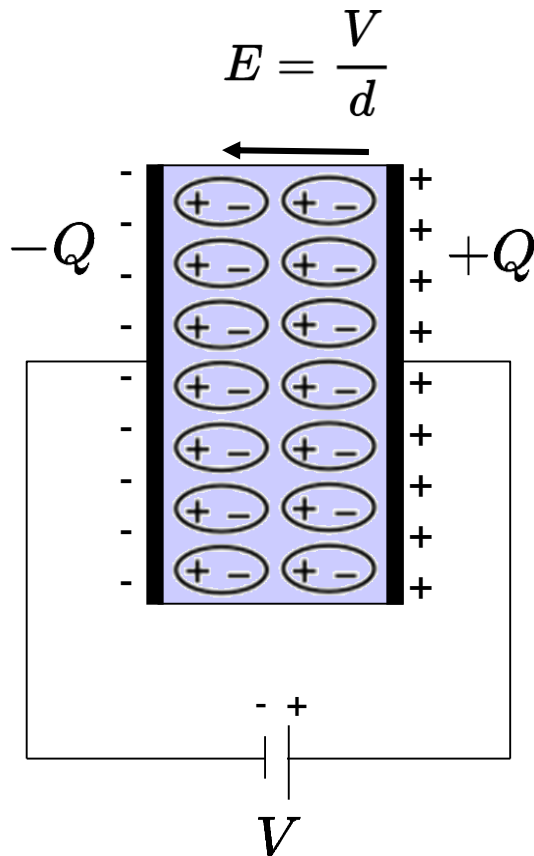
$$P = \int_0^{2\pi/\omega} V(t') I(t') dt' \propto \int_0^{2\pi/\omega} \sin(\omega t') \cos(\omega t') dt' = 0$$

# Propriétés diélectriques

Lorsque l'on met un **isolant entre les plaques** du condensateur :

- ❑ ou bien il ne contenait initialement pas de dipôle et les charges + étant attirées vers la plaque -, et les charges - vers la plaque +, il y aura une **polarisation induite**.
- ❑ ou bien il contenait déjà des dipôles, et ceux-ci vont s'orienter sous l'effet du champ électrique.

Dans les deux cas, la **capacité** du condensateur (la charge  $Q$ ) est **augmentée** avec la **constante diélectrique relative  $\epsilon_r$**  du matériau:



$$Q = CV \text{ avec } C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{d} \quad \epsilon_r \geq 1$$

	$\epsilon_r$
Air sec	1.0006
Verre	5 – 7
Nylon, PET	3.5
Eau	78.5
BaTiO <sub>3</sub>	> 5'000

$$\frac{Q}{d} = C E = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{d} E$$

ou

$$\frac{Q}{S} = \epsilon_0 \epsilon_r E$$

# Propriétés diélectriques

Ceci peut se comprendre: ces dipôles créent un champ électrique moyen qui s'oppose au champ imposé par les plaques chargées. Pour maintenir un champ stationnaire imposé  $E = V/d$ , il faut qu'une charge plus grande s'accumule aux plaques du condensateur, d'où une plus grande capacité proportionnelle à  $\epsilon_r$

On appelle **champ de déplacement** le vecteur:  $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}$

$$\vec{P} = \frac{1}{\text{Volume}} \sum_i \vec{p}_i = \epsilon_0 \chi_E \vec{E}$$

La constante diélectrique relative  $\epsilon_r$  d'un matériau est donc proportionnelle à la densité de dipôles électriques, avec  $\chi_E$  la **susceptibilité diélectrique**:

$$\epsilon_r = 1 + \chi_E$$

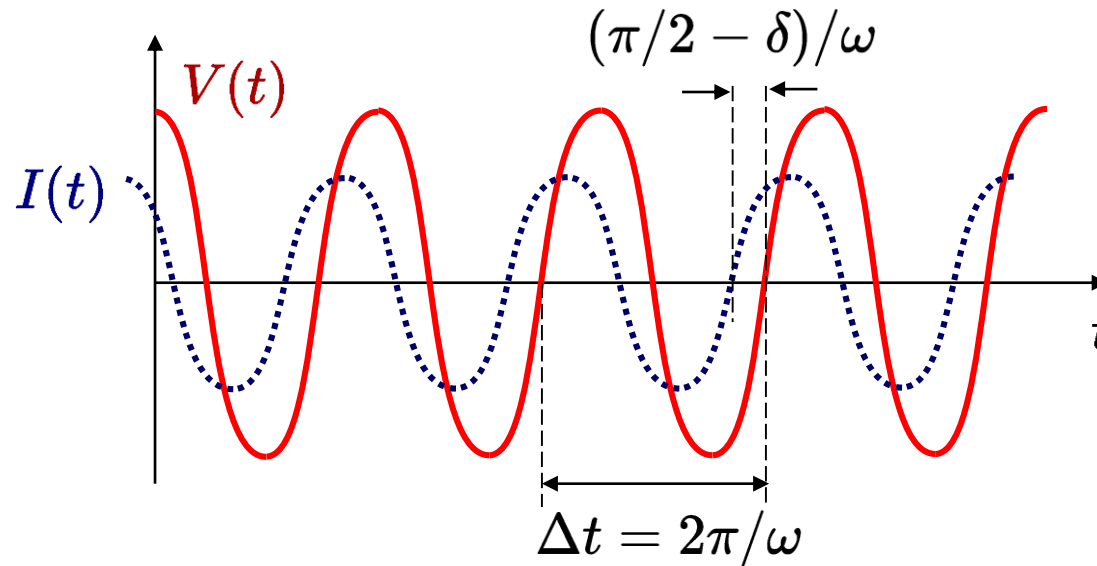
Dans le cas d'une **tension alternative** (e.g. sinusoïdale) imposée à un diélectrique, la réponse des dipôles peut être déphasée dans le temps. On introduit alors une **constante diélectrique relative complexe**, qui peut être fonction de  $\omega$ :

$$\epsilon_r = \epsilon'_r - i\epsilon''_r = |\epsilon_r| e^{-i\delta}$$

# Propriétés diélectriques

Ceci aura 2 conséquences majeures:

- ❑ Le courant n'est plus exactement déphasé de  $\pi/2$ ,



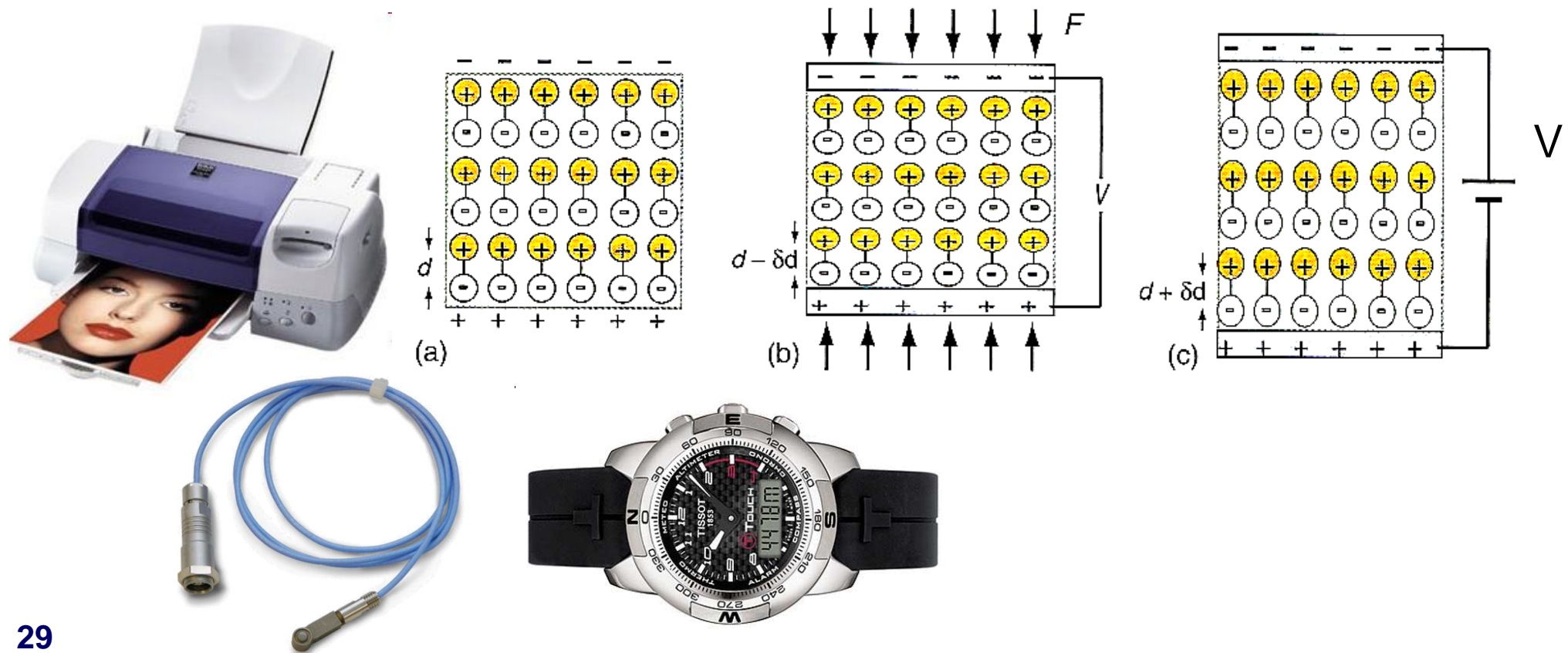
- ❑ Le déphasage induit une **dissipation d'énergie** lors d'un cycle, proportionnelle au **coefficient de perte diélectrique**  $L_E$ :

$$L_E = \varepsilon_r \tan \delta$$

C'est cette dissipation qui est utilisée dans un four micro-onde pour réchauffer votre plat (avec la valeur  $\varepsilon_r$  très élevée de l'eau)

# Propriétés diélectriques

Certains matériaux isolants ont des propriétés électriques plus complexes. Les **Piezo-électriques** (e.g., quartz) sont des cristaux **non centro-symétriques**: En appliquant une **contrainte** (déformation), on fait apparaître des **dipôles** et donc une polarisation/champ électrique. Réciproquement, en appliquant une différence de potentiel, on change le paramètre de maille (déformation).

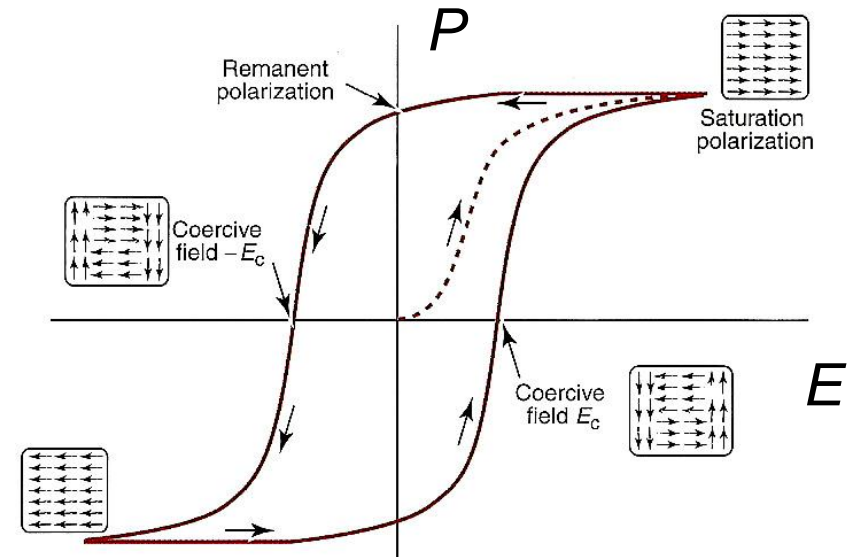
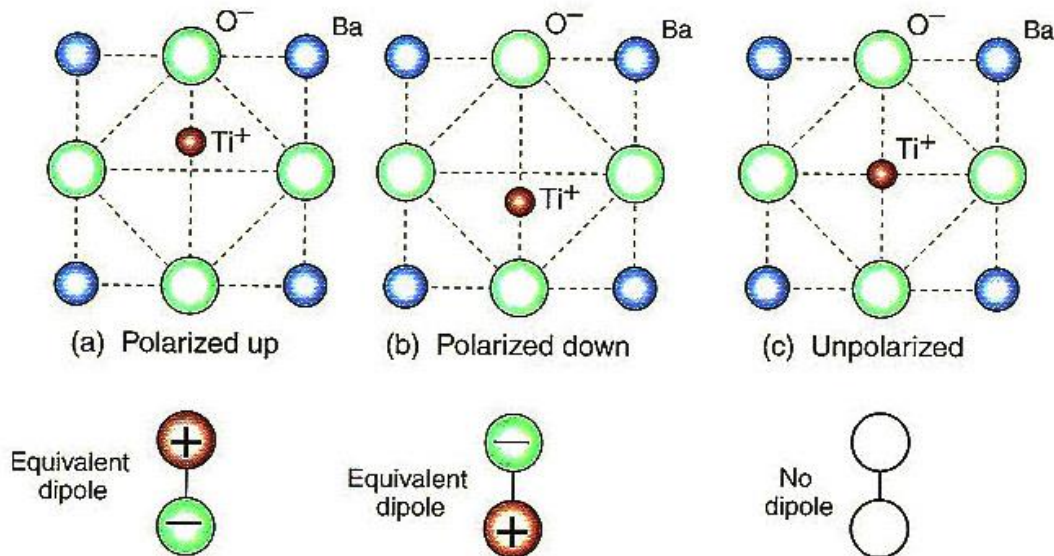


# Propriétés diélectriques

Les **ferroélectriques** tels que  $\text{BaTiO}_3$ , ont un **dipôle réversible** qui s'oriente spontanément par sous-domaines en dessous d'une température de Curie.

Sous l'effet d'un champ électrique  $E$ , ces domaines s'orientent dans la même direction et peuvent garder cette orientation une fois le champ annulé.

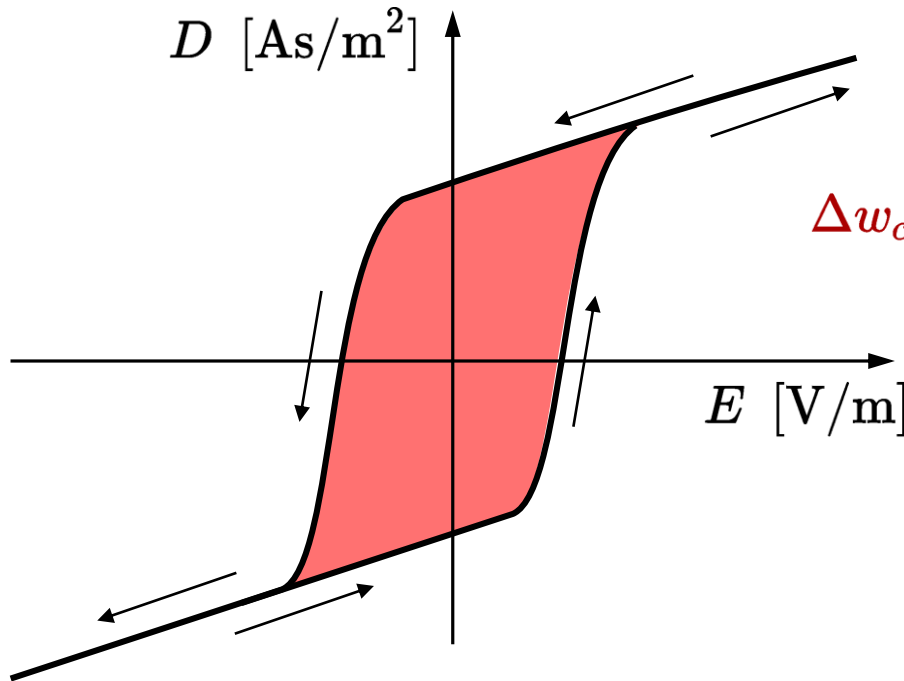
Ce type de matériaux présente un **cycle de polarisation** orientant ces domaines avec une **polarisation à saturation**, une **polarisation rémanente**, un **champ coercitif**.



# Propriétés diélectriques

Les ferroélectriques doivent nécessairement avoir une structure cristallographique **non centro-symétrique** pour que le barycentre des charges + et – ne coïncide pas.

Présentant un cycle d'hystérèse, il y a une dissipation d'énergie lorsque le champ électrique est alterné au cours d'un cycle, ce qui constitue une limitation dans de nombreuses applications.



$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$$\Delta w_{\text{cycle}} = \int_{\text{cycle}} \vec{D}(\vec{E}) d\vec{E} \quad [\text{As/m}^2 \text{ V/m} = \text{J/m}^3]$$

C'est l'aire du cycle d'hystérèse.



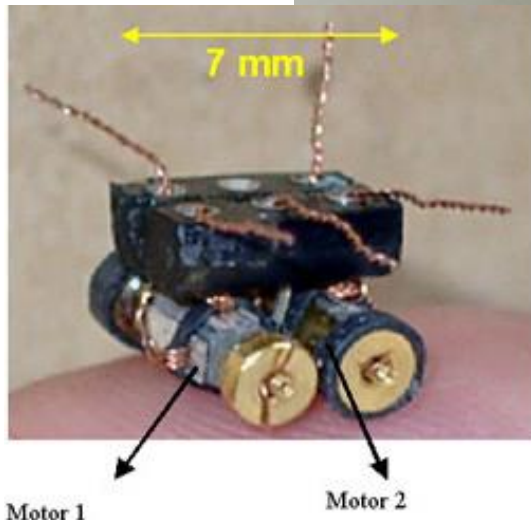
# Propriétés diélectriques

Les **ferroélectriques** sont utilisés dans de nombreuses applications: actuateurs, capteurs, stockage permanent de données, etc.

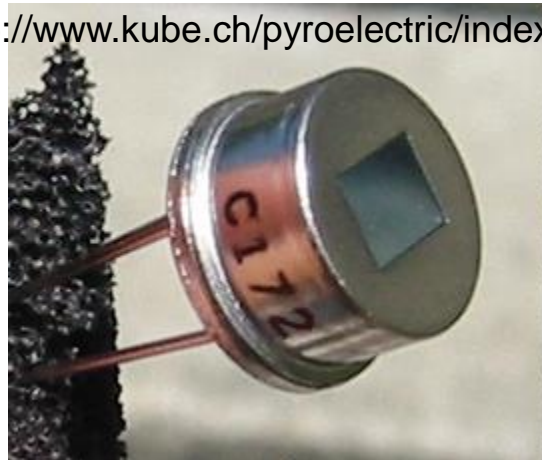
<http://www.presence-pc.com/tests/nram-zram-pram-feram-22658/2/>



[http://www.ceatec.com/2008/en/exhibition/list/detail.html?exh\\_id=E080395](http://www.ceatec.com/2008/en/exhibition/list/detail.html?exh_id=E080395)



<http://www.kube.ch/pyroelectric/index.php>



Les **pyroélectriques** sont des matériaux dont la polarisation dépend de la maille, et donc de la température.

<http://www.mri.psu.edu/articles/BC/faculty/KenjiUchino/index.asp>



# Résumé

---

- De nombreuses applications requièrent des matériaux certaines fonctions électriques.
- Les métaux sont des **conducteurs**, les polymères et les céramiques sont généralement des **semi-conducteurs** ou des **isolants**. On les caractérise par la conductivité et le potentiel disruptif, respectivement.
- Les **semi-conducteurs** ont des **gaps d'énergie faible**: isolants à faible température, ils peuvent acquérir une bonne conductivité électrique lorsque la température augmente.
- Les diélectriques (ou **isolants**) sont caractérisés par une **constante diélectrique** relative,  $\epsilon_r$ .
- On peut distinguer des matériaux piézoélectriques, ferroélectriques ou pyroélectriques qui ont des **structures non centro-symétriques** leur permettant de garder une **polarisation sous différents stimuli**.